Piąte koło u wozu

Matematyka w polskich przysłowiach
i jej ukryta mądrość

Autor: Zofia Wójcik

Streszczenie

Esej ten zaprasza do spojrzenia na polskie przysłowia przez pryzmat matematyczny. Pod pozorną prostotą porzekadeł takich jak „Co dwie głowy to nie jedna", „Do trzech razy sztuka" czy „Piąte koło u wozu" kryją się intuicyjne modele kombinatoryczne, probabilistyczne i geometryczne. Autor pokazuje, że przysłowia są swoistymi algorytmami zdrowego rozsądku – zanim jeszcze sformułowano ścisłe teorie, ludowa mądrość kodowała struktury matematyczne w zwięzłych, zapadających w pamięć formułach. Analiza prowadzi od synergii i redundancji, przez szacowanie ryzyka i miary, aż po refleksję, że matematyka zaczyna się tam, gdzie język próbuje okiełznać przypadkowy świat.

Spis treści

1 Gdy matematyka mówi przysłowiami **3**

2 Dwie głowy i wróble – kombinatoryka zdrowego rozsądku **3**

3 Do trzech razy sztuka – probabilistyka ludowa **4**

4 Piąte koło i dziesiąta woda – redundancja i porządek **5**

5 Mierzenie sił i ziarnko do ziarnka – miara, akumulacja i proporcje **6**

6 Matematyka bez liczb – przysłowie jako algorytm **7**

7 Przysłowia liczbowe w innych kulturach – kontekst uniwersalny **7**

8 Czego uczy nas piąte koło? – refleksja końcowa **8**

1 Gdy matematyka mówi przysłowiami

„Przysłowie – mądrością narodów."

przysłowie

Siadamy przy kuchennym stole w wigilię, za oknem prószy śnieg. Ktoś rzuca: „Co dwie głowy, to nie jedna". Ktoś inny przytakuje: „Do trzech razy sztuka". Za chwilę pada jeszcze: „Lepszy wróbel w garści niż kanarek na dachu". Nikt przy tym stole nie myśli o matematyce. A jednak – wypowiedziane mimochodem słowa niosą w sobie zagadki, które od wieków rozwiązuje rachunek prawdopodobieństwa, kombinatoryka i teoria gier. Tyle że ubrane są w chłopską kurtkę, a nie w akademicką togę.

Zadaniem tego eseju jest pokazanie, że polskie przysłowia – tysiące drobnych, kunsztownie oszlifowanych fraz – tworzą osobliwą encyklopedię matematyki ludowej. Zanim Kartezjusz skrzyżował algebrę z geometrią, zanim Pascal i Fermat dali podwaliny pod rachunek prawdopodobieństwa, ludzie na wsi i w miasteczkach potrafili szacować szanse, rozpoznawać redundancję i podejmować decyzje w oparciu o liczby. Robili to nie za pomocą wzorów, ale za pomocą mowy. Każde przysłowie jest jak zagęszczony dowód – skompresowany tak, by zmieścił się na klatce schodowej rozmowy.

Zapraszam do przechadzki po tej zapomnianej krainie, w której „raz kozie śmierć" spotyka się z „siódmą wodą po kisielu", a „piąte koło u wozu" sąsiaduje z „mierzeniem sił na zamiary". Będzie trochę liczenia, trochę zdziwienia i – mam nadzieję – sporo przyjemności z odkrywania, że od dziecka mówimy prozą... matematyczną.

2 Dwie głowy i wróble – kombinatoryka zdrowego rozsądku

„Co dwie głowy, to nie jedna."

przysłowie

Zacznijmy od najprostszego: dlaczego dwie głowy to więcej niż jedna? Odpowiedź wydaje się trywialna – bo $1 + 1 = 2$. Ale przysłowie nie mówi o dodawaniu głów jak worków kartofli. Ono stawia tezę kognitywną: wiedza zbiorowa dwóch osób przewyższa sumę wiedzy każdej z nich z osobna. To intuicja, którą matematyka sformalizuje dopiero w XX wieku, nazywając ją *efektem synergii* lub *emergencją* – własności systemu nie dają się zredukować do własności części.

Wyobraźmy sobie dwóch chłopów patrzących na chmurę gradową. Jeden mówi: „Pójdzie bokiem", drugi: „Idzie prosto na nas". Każdy z osobna ma niepełny model w głowie – oparty na własnych obserwacjach nieba z innego kąta. Gdy siadają razem, łączą te modele i nagle pojawia się trzeci wniosek, trafniejszy niż każdy z osobna. To nie głosowanie, to operacja na zbiorach informacji, którą matematyk nazwałby przecięciem lub sumą – i okazuje się, że nowa jakość bierze się z różnicy, nie z identyczności.

Idźmy dalej: „Co dwa, to trzy" – czasem słyszymy ironiczne dopełnienie. Ono z kolei dotyka pułapki *fałszywej indukcji*: skoro dwie głowy dały dobry efekt, trzy dadzą jeszcze lepszy? Niekoniecznie. W teorii grup decyzyjnych znane jest zjawisko rozmywania odpowiedzialności: gdy głów jest za dużo, żadna nie pracuje. Przysłowie w wersji

rozwiniętej – „co dwie głowy, to nie jedna, ale co trzy, to nie dwie” – niesie przestrogę, którą matematyka systemów potwierdza krzywą optymalnej liczebności zespołu. Ludowa mądrość nie potrzebowała równań różniczkowych, by wyczuć, że istnieje *złoty środek* między głupotą jednostki a bezładem tłumu.

Przeskoczmy do innej gromadki: wróbli. „Lepszy wróbel w garści niż kanarek na dachu”. Tu działa matematyka decyzji. Wróbel w garści to zysk pewny, przypisujemy mu wartość v. Kanarek na dachu to zysk potencjalny, niepewny – powiedzmy k, ale z prawdopodobieństwem $p < 1$. Przysłowie mówi: wybieraj v, jeśli $v \geq p \cdot k$. To elementarna postać wartości oczekiwanej. Kanarek jest piękniejszy, cenniejszy, ale kiedy p jest małe (dach wysoki, kot czuwa), lepiej wziąć to, co pewne. Ludzie od zawsze tak kalkulowali – i przysłowie jest na to kwitem.

Jest też warjacka odwrotność: „Kto nie ryzykuje, ten nie zyskuje”. To drugi biegun tej samej monety – przypomnienie, że czasem $p \cdot k$ jest duże, a zysk pewny śmiesznie mały. Ryzyko się opłaca. Oba przysłowia razem to nic innego jak prymitywny kalkulator decyzyjny: gdy różnica między v a $p \cdot k$ jest znaczna, wybieraj stosownie. Przez setki lat chłop, decydując, czy siać żyto, czy pszenicę, ważył zyski i ryzyko – bez arkusza kalkulacyjnego, za to z przysłowiem na poczekaniu.

3 Do trzech razy sztuka – probabilistyka ludowa

„Do trzech razy sztuka.”

przysłowie

Mało które przysłowie tak mocno wrosło w nasz sposób myślenia o przypadku. Dlaczego akurat trzy próby, a nie dwie, nie cztery? Odpowiedź czai się gdzieś na granicy statystyki i psychologii. Z matematycznego punktu widzenia, jeśli prawdopodobieństwo sukcesu w jednej próbie wynosi p, to szansa, że przynajmniej raz się uda przy n próbach, to $1 - (1 - p)^n$. Dla $p = 0{,}3$ i $n = 2$ mamy 51%, dla $n = 3$ już 66%. Potrzeba trzech prób, by z „raczej nie” przejść na „raczej tak”. Trójka jest więc minimalną liczbą prób, która daje psychicznie odczuwalny wzrost pewności.

Ale jest tu coś więcej: liczba trzy ma w naszej kulturze rangę symboliczną. Trzy to synteza – po tezie i antytezie. W baśniach trzeci syn zdobywa królewnę. W chrześcijaństwie Trójca Święta. W logice nawet: są prawda, fałsz i... trzeci stan (o który spierano się przez wieki). Przysłowie „do trzech razy sztuka” wiąże więc ludową intuicję probabilistyczną z archetypem struktury opowieści. Matematyka prawdopodobieństwa splata się tu z poetyką – bo człowiek nie tylko liczy, ale też *opowiada sobie* swoje szanse.

Jest w tej samej rodzinie mniej znane przysłowie: „Trzy razy mierz, raz tnij”. Ten skarbiec krawiecki zawiera elementarną zasadę optymalizacji kosztów błędu. Pomiar jest tani, cięcie – drogie. Lepiej powtórzyć pomiar wielokrotnie, zanim podejmie się akcję nieodwracalną. Matematycznie: minimalizujemy oczekiwaną stratę $L = \text{koszt pomiaru} \cdot 3 + \text{koszt błędu} \cdot P(\text{błąd})$. Ponieważ koszt błędu jest ogromny (zniszczony materiał), opłaca się zwiększyć liczbę pomiarów. Inżynierowie nazwaliby to redundancją w fazie projektowania. Krawiec-mistrz znał tę zasadę, zanim pojawił się zawód inżyniera.

A co z porzekadłem „Trafiła kosa na kamień”? Zderzenie dwóch nieustępliwych sił. W fizyce – zrównoważenie wektorów; w teorii gier – równowaga Nasha w sytuacji konfliktu. Przysłowie to mówi: gdy dwie siły są porównywalne, następuje impas. Ludowa intuicja

strategiczna zamknięta jest w obrazie, który nie potrzebuje macierzy wypłat, by być zrozumiały.

4 Piąte koło i dziesiąta woda – redundancja i porządek

„Piąte koło u wozu."

przysłowie

Oto perła metafor redundancji. Wóz jeździ na czterech kołach. Piąte jest nie tylko zbędne – ono przeszkadza, komplikuje konstrukcję, myli osąd. W matematycznej teorii systemów istotnym pojęciem jest *minimalna reprezentacja* – szkielet, który zachowuje funkcję, odrzucając zbędne elementy. Piąte koło to właśnie element nadmiarowy, który nie tylko nie wnosi wartości, ale generuje dodatkowy koszt (trzeba je smarować, dbać, dźwigać). W algebrze liniowej powiedzielibyśmy, że wektor piątego koła jest liniowo zależny od pozostałych. Nie ma w nim nowej informacji.

Przysłowie to niesie przestrogę przed niepotrzebną komplikacją. Współczesny menedżer, który dodaje piąty zespół do czterech już istniejących, miałby boleśnie tę prawdę odkryć. Ale chłop sprzed trzystu lat nie potrzebował konsultanta – wystarczyło mu przysłowie.

Jeszcze głębszy wydźwięk ma „dziesiąta woda po kisielu". Kisiel już sam w sobie jest niewyrazisty, a dziesiąta woda po nim to już praktycznie czysta HO z homeopatycznym wspomnieniem smaku. To metafora odległego pokrewieństwa – ale możemy ją potraktować jako model *metryki* w przestrzeni społecznej. Pokrewieństwo pierwszego stopnia to bliscy, drugiego – dalsi, a dziesiątego – już prawie nikt. Taka skala ma strukturę porządkową, a odległość od centrum definiowana jest liczbowo. Liczy się zatem nie zero-jedynkowo („krewny/nie-krewny"), tylko stopniowalnie, jak w zbiorach rozmytych. Zanim Łukasiewicz wymyślił logikę wielowartościową, ludzie stosowali przenośnie liczbowe, by uchwycić ciągłość tam, gdzie brakuje narzędzi formalnych.

„Siódma woda po kisielu" to wariant dziesiątej – siódemka brzmi mniej ekstremalnie, ale też wyraża dostateczny dystans. Wybór liczb w tych przysłowiach nie jest przypadkowy: trzy, siedem, dziesięć to liczby o silnym ładunku symbolicznym i jednocześnie progi percypowalnej różnicy. Po „dziesiątej wodzie" już tylko bezkresne morze anonimowości.

Redundancję znajdziemy też w przysłowiu: „Od wielkiego dzwonu". Wielki dzwon bije rzadko – to metafora niskiej częstotliwości zdarzeń. Rozkład Poissona dla rzadkich zdarzeń byłby tu adekwatnym modelem: dzwon bije przy ślubach, pogrzebach, pożarach – zdarzeniach o małym λ. Przysłowie doskonale oddaje intuicję, że pewne sygnały niosą informację właśnie dlatego, że są rzadkie. Gdyby dzwon bił co kwadrans, straciłby znaczenie. Miara informacji Shannona powiedziałaby to samo: im rzadsze zdarzenie, tym więcej *bitów* niesie. Chłop nie znał Shannona, ale znał dzwon.

5 MIERZENIE SIŁ I ZIARNKO DO ZIARNKA – MIARA, AKUMULACJA I PROPORCJE

„Mierzyć siły na zamiary."

przysłowie

W tym rozdziale przyjrzyjmy się przysłowiom, które mówią o mierzeniu w sensie dosłownym i przenośnym. „Mierzyć siły na zamiary" to wezwanie do szacowania wykonalności – do wstępnego bilansu, który w zarządzaniu projektami nazywa się *feasibility study*. Zamiar ma swoją skalę, siły mają swoją. Przysłowie afirmuje myślenie proporcjami: nie podejmuj się zadania, jeśli stosunek potrzebnych zasobów do posiadanych jest mniejszy od jedności. To elementarna nierówność, którą matematyk zapisałby jako zasoby $\geq$ wymagania. Ale przysłowie czyni z tego mądrość etyczną, a nie tylko rachunkową.

„Ziarnko do ziarnka, a zbierze się miarka." Oto esencja akumulacji – zjawiska, które matematyka opisuje jako sumowanie szeregu. Każdy element jest znikomy, ale ich ciągłość prowadzi do znaczącej wielkości. Szereg harmoniczny rozbiega się powoli, ale jednak rozbiega. Oszczędzanie działa na tej samej zasadzie: drobne sumy, regularnie dodawane, rosną w miarę czasu – tu dochodzi jeszcze procent składany, który przysłowia wprawdzie nie wyrażają wprost, ale intuicję o „miarce" da się rozciągnąć. Siła małych liczb jest potężna, gdy działa w akumulacji.

„Kropla drąży skałę" ten sam motyw przesuwa w fizyczną konkretność. Efekt kropli jest zaniedbywalny w jednej chwili, ale iterowany przez stulecia rzeźbi formy skalne. Matematycznie to proces graniczny: granica ciągu sum drobnych oddziaływań. Filozoficznie – dowód na to, że ciągłość i cierpliwość pokonują twardość.

Przejdźmy do przysłowia, które jest niemal twierdzeniem z analizy marginalnej: „Co za dużo, to niezdrowo". Kryje się za nim krzywa użyteczności o kształcie odwróconego U. Przy małych ilościach dobra każdy dodatkowy kęs zwiększa zadowolenie, ale od pewnego punktu przyrosty satysfakcji maleją, aż stają się ujemne. Złoty środek to maksimum funkcji celu. Ludzie przez tysiąclecia odkryli, że optimum nie leży na krańcu, lecz gdzieś pomiędzy. To praktyczna wersja teorii optymalizacji, ubrana w prostotę dwóch słów.

Jeszcze jeden wariant: „Mądry Polak po szkodzie". To smutne, ale głęboko matematyczne: funkcja uczenia się oparta na sprzężeniu zwrotnym. System na podstawie obserwacji błędu modyfikuje swoje parametry. Współczesne sieci neuronowe robią dokładnie to: propagują błąd wstecz. Przysłowie nie chwali ex post, ono wytyka brak prewencji – a więc implikuje, że istnieje lepsza strategia: wnioskować *przed* szkodą. To już jest idea modelu predykcyjnego. Chłop, który mówi „mądry Polak po szkodzie", odróżnia dwa tryby myślenia: reaktywny i proaktywny – i opowiada się za tym drugim, choć wie, że częściej triumfuje pierwszy.

6 Matematyka bez liczb – przysłowie jako algorytm

„Przysłowia są jak skróty klawiszowe mądrości."

myśl współczesna

Czy przysłowia mogą być rozumiane jako algorytmy? W jakimś sensie tak. Algorytm to skończony ciąg instrukcji prowadzący do rozwiązania problemu. Weźmy „Nie chwal dnia przed zachodem słońca". To procedura wstrzymania oceny do czasu uzyskania pełnych danych. W języku programowania: `if not(end_of_day): do_not_praise()`. Problem niepewności jutra rozwiązuje się przez odwleczenie werdyktu.

Podobnie „Kto rano wstaje, temu Pan Bóg daje" – heurystyka produktywności, która formułuje związek przyczynowy między wczesnym startem a sukcesem, choć bez dowodu. To reguła decyzyjna w warunkach niepewności: zwiększ swoje szanse przez wcześniejsze rozpoczęcie działań. W statystyce powiedzielibyśmy: zwiększasz liczbę prób, zwiększasz czas ekspozycji na szansę. Proste, ale skuteczne.

Zbiór przysłów można traktować jako *system ekspertowy* naszych przodków – bazę wiedzy z regulami typu IF–THEN. IF spotykasz trudność THEN „Dla chcącego nic trudnego". IF masz wątpliwości THEN „Nie taki diabeł straszny, jak go malują". Baza ta była testowana przez setki lat; przysłowia, które nie sprawdzały się w praktyce, nie przetrwały. Ewolucja kulturowa zadziałała niczym algorytm genetyczny – selekcja zachowała najlepsze heurystyki. I co uderzające: wiele z nich ma silny komponent matematyczny w tle, dotyczący proporcji, prawdopodobieństwa, redundancji czy synergii.

Ludowa matematyka nie potrzebowała zapisu algebraicznego, bo jej nośnikiem był język naturalny z jego metaforą, rytmem i rymem. Rym pełnił tu funkcję sumy kontrolnej – ułatwiał zapamiętanie i weryfikację integralności przekazu, niczym bit parzystości. „Bez pracy nie ma kołaczy" – rym łączy przyczynę i skutek w nierozerwalną parę, utrudniając przypadkową zamianę członów. Tak oto poetyka służy matematycznej precyzji transmisji.

7 Przysłowia liczbowe w innych kulturach – kontekst uniwersalny

„Przysłowia są zwierciadłem myśli narodu."

Johann Gottfried Herder

Warto na chwilę oderwać wzrok od polszczyzny i spojrzeć szerzej. Liczby w przysłowiach są uniwersalne, ale każda kultura wybiera swoje ulubione progi. Włoskie „Chi trova un amico trova un tesoro" („Kto znalazł przyjaciela, znalazł skarb") ewokuje ekonomiczną relację zysku, ale bez liczby. Za to przysłowie chińskie „Kropla potu kowala, kropla złota u rolnika" nawiązuje do wartości marginalnej pracy – odmienność kontekstu tworzy inną jednostkę miary.

Zaskakująco często powtarza się trójka. „All good things are three" (wszystkie dobre rzeczy są trzy) mówią Anglosasi. Hiszpanie: „A la tercera va la vencida" (trzecia decyduje).

To pokazuje, że intuicja o trzech próbach nie jest lokalna – ma charakter wręcz archetypowy. Karl Pearson gdyby chciał, mógłby zebrać globalną statystykę i potwierdzić: liczba trzy jest medianą ludowej probabilistyki.

Polskie przysłowia wyróżniają się jednak niezwykłą precyzją obrazowania matematycznego przez przedmioty codzienne: koło, woda po kisielu, ziarnko, miarka. To nie abstrakcje, tylko rzeczy, które można dotknąć. Ten konkret sprawia, że struktura matematyczna staje się namacalna – a przez to łatwiej adoptowalna przez umysły, które nie przeszły formalnej edukacji.

8 Czego uczy nas piąte koło? – refleksja końcowa

> „W przysłowiu tkwi nieraz więcej prawdy niż w całym traktacie."
>
> *przysłowie*

Co zatem wynika z tej przechadzki po sadzie przysłów? Po pierwsze, to, że matematyka – w swojej najgłębszej istocie – nie zaczyna się od liczby π ani od równania kwadratowego. Zaczyna się od potrzeby nadania światu porządku, od chęci przewidywania i optymalizowania decyzji. Przysłowia były odpowiedzią na tę potrzebę na długo przed pitagorejczykami. Były algorytmami przetrwania, w których liczby działały pod powierzchnią metafor.

Po drugie, polskie przysłowia pokazują, że nasza kultura ma niezwykle bogatą tradycję „myślenia matematycznego" bez matematyki. Intuicje probabilistyczne, geometryczne i algebraiczne są głęboko zakorzenione w języku, a przez język – w codziennym doświadczeniu. Kiedy mówimy „piąte koło", rozumiemy redundancję, zanim potrafimy zdefiniować liniową zależność. Kiedy powtarzamy „do trzech razy sztuka", czujemy krzywą prawdopodobieństwa sukcesu, nie znając wzoru Bernoulliego.

Po trzecie wreszcie, warto docenić przysłowia jako formę kompresji poznawczej. W kilku sylabach potrafią zawrzeć złożoną relację strukturalną. Są jak aksjomaty – zwięzłe, niepodważalne w swoim obrębie, gotowe do użycia w nieskończonej liczbie konkretnych sytuacji. W czasach, gdy zalewa nas fake news i informacyjny szum, właśnie takie mikrodawki mądrości, testowanej przez pokolenia, mogą być niezbędną odtrutką.

Epilog: Ile waży przysłowie?

Na koniec zapytam przewrotnie: czy da się zważyć mądrość przysłowia? Prawdopodobnie nie. Ale możemy je zmierzyć inną miarą – trwałością i uniwersalnością. Jeśli przetrwało trzysta lat, znaczy, że jego algorytm działa. Jeśli działa, znaczy, że matematyka – nawet ta nieuświadomiona – jest prawdziwa. Następnym razem, gdy przy rodzinnym stole padnie: „Co dwie głowy, to nie jedna", pomyślmy przez chwilę o synergii, redundancji i o tym, że nasi przodkowie byli nie tylko poetami, ale i matematykami – tylko że tablicę zastępował im obrus, a kredę – kromka chleba.

Literatura

[1] *Nowa księga przysłów i wyrażeń przysłowiowych polskich*, red. J. Krzyżanowski, t. 1–4, PIW, Warszawa 1969–1978.

[2] Świrko S., *Na wszystko jest przysłowie*, Wydawnictwo Poznańskie, Poznań 1975.

[3] Lakoff G., Núñez R.E., *Where Mathematics Comes From: How the Embodied Mind Brings Mathematics into Being*, Basic Books, New York 2000.

[4] Dascal M., *The Role of Proverbs in Knowledge Representation*, „Poetics Today", 2002, 23(2), 303–332.

[5] Bogusławski A., *Język w działaniu. Studia o polszczyźnie potocznej*, PWN, Warszawa 2004.

[6] D'Ambrosio U., *Etnomatematyka*, przeł. M. Zawadzki, Impuls, Kraków 2010.