Asymptote
ISSN 3072-4929

Kategoria

ESEJ

Prawie wszędzie. O matematyce tego, co pomijalne

Maria Świderska

© 2026 Asymptote

Pierwszy raz zetknęłam się z pojęciem „prawie wszędzie” na drugim roku studiów, na wykładzie z teorii miary. Prowadzący, profesor o łagodnym głosie i nieco ironicznym uśmiechu, napisał na tablicy: „Zbiór liczb wymiernych ma miarę zero”. Potem dodał: „A więc prawie wszystkie liczby rzeczywiste są niewymierne”. Zapadła cisza. Ktoś z tyłu zapytał: „Prawie wszystkie? To znaczy jakie?”. Profesor odparł: „Wszystkie z wyjątkiem tych, które można policzyć”. I wtedy zrozumiałam, że matematyka potrafi być precyzyjna w sposobie, w jaki mówi „to nieważne”.

Bo „prawie wszędzie” nie jest potocznym „prawie zawsze”. To nie jest niechlujstwo. To jest definicja. Mówimy, że własność zachodzi prawie wszędzie, jeśli zbiór punktów, w których nie zachodzi, ma miarę zero. Miara zero oznacza, że dla całkowania, dla całek, dla analizy, ten zbiór jest niewidzialny. Można go rozdmuchać, można go pominąć. I to jest potężne. Bo pozwala skupić się na tym, co istotne, nie tracąc z oczu tego, co pominięte. Reszta nie znika – po prostu nie wpływa na wynik.

Weźmy zbiór Cantora. Jest nieprzeliczalny. Ma tyle samo punktów co zbiór liczb rzeczywistych – a jednak jego miara jest zero. To znaczy, że z punktu widzenia długości, pola, objętości – jest niczym. A przecież istnieje. Ma strukturę, fraktalną, piękną. I właśnie ta dwoistość mnie fascynuje: matematyka nie mówi, że zbiór Cantora nie istnieje. Mówi, że dla pewnych celów jest pomijalny. Dla innych – kluczowy. Wszystko zależy od miary, którą wybierzemy.

To prowadzi do pytania, które jest jednocześnie matematyczne i filozoficzne: czym jest pomijalność? Czy to obiektywna własność świata, czy nasza decyzja? W matematyce mamy różne miary. Miara Lebesgue’a, miara prawdopodobieństwa, miara Haara. Każda mówi, co jest duże, a co małe. W jednej mierze zbiór jest duży, w innej – mały. To uczy pokory. Nie ma jednej „prawdy o rozmiarze”. Jest wybór miary. I odpowiedzialność za ten wybór.

Przypomina mi się twierdzenie Carlesona. Mówi, że szereg Fouriera funkcji całkowalnej z kwadratem zbiega prawie wszędzie. To znaczy: nawet jeśli funkcja ma dzikie skoki, nieciągłości, punkty osobliwe – to na zbiorze miary zero może się dziać wszystko, ale poza nim szereg zbiega. To jest niesamowite. Matematyka mówi: nie przejmuj się tym, co dzieje się na zbiorze miary zero. Skup się na reszcie. I ta reszta – prawie cała prosta – jest wystarczająca, by cokolwiek powiedzieć.

Ale zaraz. Czy to nie jest niebezpieczne? W życiu też mamy tendencję do mówienia „prawie zawsze”, żeby pominąć niewygodne wyjątki. „Prawie wszyscy studenci zdali” – a jednak ktoś nie zdał. „Prawie zawsze jestem punktualna” – a jednak raz się spóźniłam. Matematyka daje nam precyzyjne narzędzie do mówienia „prawie”, ale nie zwalnia nas z myślenia o tym, co poza tym „prawie”. Wręcz przeciwnie: jeśli wiemy, że coś jest miary zero, to wiemy, że istnieje. I wiemy, że możemy to zignorować tylko wtedy, gdy mamy jasno określony cel.

To jest chyba najważniejsza lekcja teorii miary. Nie chodzi o to, żeby udawać, że wyjątki nie istnieją. Chodzi o to, żeby wiedzieć, które wyjątki są nieistotne dla danego pytania. A to wymaga świadomości. Matematyka jest sztuką wyboru tego, co pomijalne. I ta sztuka jest obecna wszędzie – w analizie, w rachunku prawdopodobieństwa, w fizyce statystycznej. Wszędzie tam, gdzie mówimy „prawie wszędzie”, kryje się decyzja: to jest nasza miara, to jest nasz cel, to jest nasza reszta.

Zawsze lubiłam to sformułowanie: „prawie wszędzie”. Brzmi jak kompromis, a jest precyzyjne. Brzmi jak ucieczka, a jest narzędziem. I kiedy teraz, po latach, wracam do tamtego wykładu, myślę, że profesor nie uczył nas tylko definicji. Uczył nas pewnej postawy: patrz na strukturę, ale nie zapominaj o reszcie. Bo reszta nie znika. Po prostu czeka na swoją miarę.

Noty o autorach

Maria Świderska — Ur. 1987, matematyczka i eseistka mieszkająca w Krakowie. Zajmuje się teorią miary, analizą harmoniczną oraz filozofią matematyki.