Asymptote

07 / 2026

czasopismo o matematyce, literaturze i ideach

Eseje

Kamil Splot
Mapa dokładna jak świat

Poezja matematyczna

Marta Król
Funkcja odwrotna

Michał Panek
Twierdzenie o dwóch policjantach

Rafał Damianowski
Trójwiersze o trójce

Proza

Justyna Majewska
Dowód na istnienie osoby trzeciej

Ksawery Tomczak
Zmień drzwi

Kącik Olimpijczyka

Marek Szczepański
Gołębie w szufladach

ISSN 3072-4929

Redakcja: Ksawery Tomczak, Dorota Tomczak
Wydawca: Asymptote (projekt niezależny)
Kontakt: redakcja@asymptote.pl
https://asymptote.pl/

Licencja: Creative Commons Attribution 4.0 (CC BY 4.0) · Open Access

© 2026 Asymptote

Spis treści

Manifest **ii**

Eseje **1**
Kamil Splot — Mapa dokładna jak świat 1

Poezja matematyczna **3**
Marta Król — Funkcja odwrotna 3
Michał Panek — Twierdzenie o dwóch policjantach 5
Rafał Damianowski — Trójwiersze o trójce 7

Proza **8**
Justyna Majewska — Dowód na istnienie osoby trzeciej 8
Ksawery Tomczak — Zmień drzwi 13

Kącik Olimpijczyka **15**
Marek Szczepański — Gołębie w szufladach 15

Informacje wydawnicze **18**

Manifest

Matematyka zwykle przedstawiana jest jako coś domkniętego: zestaw reguł, wyników i procedur, które prowadzą od pytania do odpowiedzi. Ale to tylko jej powierzchnia. Pod spodem istnieje coś innego — sposób myślenia, język precyzji i nieprecyzji jednocześnie, przestrzeń, w której idee nabierają kształtu, zanim jeszcze staną się „wynikiem".

„Asymptote" powstaje z przekonania, że matematyka nie jest wyłącznie techniką rozwiązywania zadań, lecz formą kultury. Ma historię, estetykę, filozofię i własne napięcia. Bywa piękna nie dlatego, że prowadzi do użytecznych rezultatów, ale dlatego, że potrafi ujawniać struktury myślenia, których inaczej nie widać.

Interesuje nas matematyka, która wychodzi poza szkolną narrację. Matematyka jako doświadczenie intelektualne — czasem czyste i klarowne, czasem niepokojąco abstrakcyjne, a czasem zaskakująco bliskie literaturze, sztuce czy filozofii.

Nie szukamy wyłącznie ścisłości, jeśli miałaby ona tłumić myślenie. Szukamy raczej precyzji, która otwiera przestrzeń, zamiast ją zamykać.

„Asymptote" nie jest podręcznikiem, kursem ani zbiorem zadań. Jest przestrzenią dla tekstów, które traktują matematykę poważnie, ale nie redukują jej do narzędzia.

Matematyka nie kończy się tam, gdzie kończą się obliczenia.

Eseje

Esej

Mapa dokładna jak świat

O pożytku z błędnych modeli

Kamil Splot

Streszczenie. Esej zestawia opowiadanie Borgesa o mapie w skali jeden do jednego z aforyzmem Boxa, że wszystkie modele są błędne, ale niektóre są użyteczne. Na przykładzie mapy londyńskiego metra, geocentrycznych epicykli i prawa Goodharta autor pokazuje, że wartość modelu mierzy się nie wiernością, lecz celem, do którego go zbudowano. Wniosek jest dwojaki: nie należy gardzić uproszczeniem, ale też nie wolno zapominać, kto i po co je wykonał.

Jorge Luis Borges zmieścił w jednym akapicie opowieść o cesarstwie, którego kartografowie narysowali mapę tak wielką jak samo cesarstwo. Każdy punkt kraju miał na niej swój odpowiednik, w skali jeden do jednego. Kolejne pokolenia uznały ją za bezużyteczną i, jak pisze Borges, pozostawiły słońcu i deszczom. W pustyniach na zachodzie przetrwały jeszcze jej poszarpane ruiny.

Zawsze wydawało mi się, że to anegdota o próżności, a to jest anegdota o definicji. Mapa jest użyteczna dokładnie w tej mierze, w jakiej pomija. Gdyby uwzględniała wszystko, byłaby światem, a świata nie da się złożyć i włożyć do kieszeni.

Statystyk George Box ujął to zdanie, które cytuje się częściej, niż rozumie: wszystkie modele są błędne, ale niektóre są użyteczne. Pierwsza połowa brzmi jak wyznanie klęski. Druga robi z niej metodę. Skoro błąd jest nieunikniony, pytanie przestaje brzmieć „czy model jest prawdziwy?”, a zaczyna brzmieć „do czego służy i czy do tego wystarcza?”.

Najlepszy przykład znam z podróży. W 1931 roku Harry Beck, inżynier zatrudniony w londyńskim metrze, narysował schemat linii, który zerwał z geografią. Stacje stały w równych odstępach, linie biegły pod kątami czterdziestu pięciu i dziewięćdziesięciu stopni, a Tamiza była zwykłą krzywą. Odległości na tej mapie nie mają nic wspólnego z odległościami w terenie. Mimo to każdy pasażer po pierwszym spojrzeniu wie, gdzie przesiąść się do właściwego pociągu. Beck zrozumiał, że pasażera pod ziemią nie interesuje metryka, tylko porządek stacji i punkty przecięcia linii. Zachował topologię, a resztę oddał.

Z drugiej strony jest historia, która uczy pokory. Przez półtora tysiąca lat astronomowie przewidywali położenia planet za pomocą układu geocentrycznego z epicyklami, i robili to całkiem dobrze. Model Ptolemeusza nie był głupi; był dostrojony do obserwacji, a kiedy obserwacje się rozjeżdżały, dokładano kolejne koła. Użyteczność w jednym zadaniu nie dowodzi prawdziwości w innych. Kopernik nie wygrał dlatego, że jego orbity lepiej pasowały do obserwacji; wygrał dlatego, że prowadziły do prostszej opowieści, z której później wynikły prawa Newtona.

Rozróżnienie jest subtelne, ale ważne. Model dobry do przewidywania nie musi być dobry do wyjaśniania, a model, który coś wyjaśnia, nie musi dobrze przewidywać. Zapominamy o tym zwykle w dniu, w którym model dostaje nowe zadanie, do którego nie był zbudowany. Mapę metra, która służy do wyboru linii, ktoś wykorzysta kiedyś do obliczenia, ile czasu zajmie dojście pieszo z jednej stacji do drugiej, i zdziwi się, że wyszło źle.

Ekonomiści nazywają jedną z odmian tego błędu prawem Goodharta: gdy miara staje się celem, przestaje być dobrą miarą. Szkoła, którą oceniamy po średniej ocen, zacznie uczyć średniej. Szpital oceniany po czasie oczekiwania zacznie skracać kolejki, nie leczenie. Wskaźnik był uczciwym uproszczeniem, dopóki nikt na nim nie zależał. Potem staje się mapą, którą ktoś zaczyna przerysowywać, żeby teren do niej pasował.

Nie wyciągam z tego wniosku, że modeli trzeba się wystrzegać. Bez nich nie ma ani nauki, ani planowania, ani nawet zwykłej rozmowy o świecie, bo każde zdanie jest redukcją. Chodzi raczej o nawyk, który można wyćwiczyć jak każdy inny: przy każdym modelu zapytać, kto go zrobił, po co i czego w nim celowo nie ma. Przy mapie metra odpowiedź brzmi: nie ma odległości. Przy wskaźniku szkoły: nie ma tego, czego uczniowie nauczyli się poza testem. Przy każdym schemacie, który ktoś mi pokazuje, warto dopowiedzieć sobie ten brakujący element, jak się dopisuje legendę do mapy.

Borges miał rację co do ruin. Nie dlatego jednak, że mapa była zbyt duża. Zawiodła dlatego, że nikt nie pamiętał już, po co została narysowana.

Poezja matematyczna

Wiersz

Funkcja odwrotna

Marta Król

Streszczenie. Wiersz o tym, że funkcja ma funkcję odwrotną wtedy i tylko wtedy, gdy jest różnowartościowa i na — czyli gdy każdemu wynikowi odpowiada dokładnie jedno wejście. Autorka zadaje pytanie, czy w życiu można cofnąć każdą rozmowę, i odpowiada na nie językiem odwzorowań: niektórych słów nie da się odwrócić, bo dwa różne pytania dały taką samą odpowiedź.

Mówią: każdą rozmowę można cofnąć.
Wystarczy znaleźć funkcję odwrotną —
wziąć odpowiedź i przeprowadzić ją
z powrotem do pytania.

Podręcznik jest uczciwy: odwrotna istnieje
tylko wtedy, gdy każdemu wynikowi
odpowiada dokładnie jedno wejście.
Po jednym, nie po dwa.
Różnowartościowa. I na.

$f(x) = x^2$ — nie da się cofnąć.
Wyszło dziewięć. Skąd?
Z trójki, czy z minus trzech?
Dwa różne początki, jeden koniec,
i nikt nie powie, który prowadził.

Pamiętam taką rozmowę.
Powiedziałeś: *nic się nie stało*,
i to samo powiedziałeś,
kiedy nic się nie stało naprawdę.
Dwa różne wejścia, to samo zdanie.
Teraz próbuję je odwrócić
i nie wiem, do którego mam wrócić.

Matematycy ratują się obcięciem.
Zawężają dziedzinę do liczb nieujemnych,
żeby funkcja miała odwrotną:
pierwiastek, ten porządny, jeden.
To łatwe, kiedy można wybierać, które wejścia
się liczą.

Ja nie obcinam.
Zostawiam obie strony: i trójkę, i minus trzy,
i oba nic się nie stało,
niecofnięte, niewyjaśnione.
Bo funkcja, która nie ma odwrotnej,
nie jest wadliwa.

Jest po prostu
pełna.

Wiersz

Twierdzenie o dwóch policjantach

Michał Panek

Streszczenie. Poemat o twierdzeniu o trzech ciągach, zwanym w żargonie twierdzeniem o dwóch policjantach: jeśli ciąg jest zamknięty między dwoma, które zmierzają do tej samej granicy, to musi zmierzać tam razem z nimi. Autor wyobraża sobie siebie jako ciąg w takim eskorcie, który nie decyduje o niczym, a mimo to dochodzi do celu, i pyta, czy bycie ściśniętym między dwiema pewnościami jest wolnością, czy formą opieki.

Wyobraź sobie, że jesteś ciągiem
i nie wiesz, dokąd idziesz.
Masz wyrazy, jeden za drugim,
nie umiesz ich policzyć, nie umiesz ich ocenić,
nikt ci nie powiedział, czy w ogóle się zbliżasz.

Ale po obu stronach idą dwaj policjanci.
Jeden niżej, drugi wyżej.
Obaj ludzie pewni, o porządnych wyrazach,
obaj wiedzą dokładnie,
dokąd zmierzają: do tego samego miejsca.
Nazywają je granicą
i nie robią z tego tajemnicy.

A ty pomiędzy nimi: ciasno, grzecznie,
nie wolno ci wyskoczyć w górę ani w dół,
bo oni cię trzymają za rękawy.
Jeśli jeden idzie do jedynki,
a drugi do jedynki,
to i ty, jakkolwiek się wiercisz,
dojdziesz do jedynki.

Nikt nie wymaga od ciebie wizji.
Nie musisz rozumieć, co robisz.
Wystarczy, że ktoś z lewej i ktoś z prawej
nie dali ci zboczyć.

Matematycy nazywają to twierdzeniem.
Ja nazywam to opieką.
Znam ludzi, którzy przeszli całe życie
w takim szyku:
rodzice po jednej stronie,
obowiązki po drugiej,
a oni sami w środku,
niczego nie wybierając,
a jednak dochodząc, dokąd trzeba.

I nie wiem, czy to ocalenie,
czy zwykłe uwięzienie

w paśmie o szerokości epsilon.

Jeśli kiedyś policjanci odejdą,
jeden w prawo, drugi w lewo,
zostanę sam w nieskończoności
z ciągiem swoich wyrazów.
I dopiero wtedy się dowiem,
czy kiedykolwiek
szedłem.

Wiersz

Trójwiersze o trójce

Rafał Damianowski

Streszczenie. Pięć trójwierszy o liczbie trzy: o trójce jako liczbie pierwszej, o sztywności trójkąta, o podzielności przez trzy, o rozwinięciu dziesiętnym jednej trzeciej i o problemie trzech ciał, którego nie da się rozwiązać w ogólnym przypadku wzorem. Forma minimalistyczna, bo i bohaterka jest niewielka.

i. Pierwsza

Dzieli się tylko przez jeden i przez siebie.
Nieparzysta, niepodzielna —
druga z kolei, zaraz po dwójce.

ii. Trójkąt

Trzy boki, trzy kąty, żadnego luzu.
Kwadrat się chwieje, gdy go popchnąć z boku,
trójkąt stoi, bo nie ma dokąd się ugiąć.

iii. Cyfry

Chcesz wiedzieć, czy trzy dzieli liczbę?
Dodaj jej cyfry. Jeśli suma się dzieli,
to i całość — nie trzeba dzielić całości.

iv. Jedna trzecia

Zero przecinek trzy, trzy, trzy, trzy…
Każda z trójek jest mała, a razem —
trzy takie jedna trzecia dają jedynkę.

v. Trzy ciała

Dwa ciała krążą po wzorze, który znamy.
Dołóż trzecie — i wzór się kończy,
zostaje liczyć krok po kroku.

Proza

Opowiadanie

Dowód na istnienie osoby trzeciej

Justyna Majewska

Streszczenie. Opowiadanie o matematyku, który na zlecenie urzędu miejskiego buduje model trwałości związków i odkrywa w danych dodatkową zmienną: wyobrażoną obecność kogoś trzeciego, do którego partnerzy odwołują się, uzasadniając swoje decyzje. Równolegle w małżeństwie narratora ktoś zaczyna mówić za dwoje. Tekst jest o tym, że liczba mnoga bywa wygodnym schronieniem, a wynik pomiaru — sposobem na uniknięcie odpowiedzi.

Wniosek pierwszy: dwie osoby nie zawsze tworzą parę.

Nie był to wniosek szczególnie odkrywczy, ale komisja zamawiająca badanie kazała mi zacząć od definicji. Pracowałem na wydziale matematyki stosowanej, a magistrat chciał wiedzieć, czy da się przewidzieć trwałość związków. W mieście uruchamiano program dopłat mieszkaniowych dla par i ktoś uznał, że należałoby odróżnić te, które będą razem jeszcze za pięć lat, od tych, które rozpadną się wcześniej.

Powiedziałem, że przewidywanie nie jest tym samym co zasługiwanie na mieszkanie.

Urzędniczka zanotowała uwagę w rubryce „ryzyko metodologiczne". Byłem z tego tak dumny, że po powrocie opowiedziałem wszystko Sarze.

— Przynajmniej wpisali to do protokołu — powiedziała.

Nie wiedziałem wtedy, że jest to zdanie o naszym małżeństwie.

* * *

Początkowo model był skromny. Dwie osoby, dwa zestawy deklaracji, wspólne wydatki, liczba godzin spędzanych w jednym mieszkaniu, sposób rozwiązywania sporów. Unikałem pytań o miłość. Miłość nie nadaje się do ankiet nie dlatego, że jest tajemnicza, ale dlatego, że ludzie używają tego słowa, mając na myśli zbyt wiele różnych czynności.

Można kochać i nie odwiedzać. Można nie kochać i regularnie płacić rachunki.

Sara uznała, że pierwsza wersja ankiety jest obraźliwa.

— Pytasz, kto podejmuje ostateczną decyzję o dużym wydatku. A jeśli żadne z nas nie podejmuje jej ostatecznie?

— Wtedy zaznaczasz „wspólnie".

— Nie ma takiej odpowiedzi.

Były trzy: osoba A, osoba B, osoba spoza związku.

— To błąd w formularzu — powiedziałem.

— Właśnie.

Dodałem czwarte pole. Później dołożyłem jeszcze „nie dotyczy". Sara pracowała jako tłumaczka przysięgła. Sądziła, że każda zamknięta lista odpowiedzi jest czyimś sposobem na pozbycie się ludzi, którzy nie mieszczą się w języku pytania.

Uważam, że przesadzała. Są listy, które służą do zwykłego porządkowania. Wciąż tak uważam.

* * *

Kiedy ankiety zaczęły wracać, w wynikach pojawiła się osobliwa regularność. Pary, które zgodnie deklarowały podejmowanie decyzji we dwoje, często zachowywały się tak, jakby każda

decyzja wymagała aprobaty jeszcze kogoś. Nie chodziło o teściów ani dzieci. W wielu przypadkach trzecia osoba nie miała imienia.

„Co ludzie powiedzą". „Nie wypada". „Normalna rodzina tak nie robi".

Mój asystent Bartek nazwał ją Zmienną C. Bardzo go to bawiło. Mnie mniej, bo nazwa wyglądała tak, jakby odkryliśmy dodatkowego mieszkańca domu, a w istocie mieliśmy do czynienia ze zdaniami używanymi w rozmowach.

W modelu można wyznaczyć trzy punkty i narysować trójkąt. Nie wynika z tego, że trzeci punkt żyje.

Jednak Zmienna C poprawiała wyniki predykcji. Jeśli oboje partnerzy powoływali się na wyobrażoną ocenę kogoś trzeciego, ich związek okazywał się trwalszy. Jednocześnie częściej deklarowali niezadowolenie. Bartek zaproponował, żeby nazwać ten efekt stabilnością przez publiczność.

— To może być po prostu lęk przed rozwodem — powiedziałem.

— Może. Ale urząd zapłacił nam za przewidywanie, nie za rozumienie.

To zdanie zapisałem, żeby potem wykorzystać je w dyskusji o etyce badań. Przez kilka tygodni nie wykorzystałem go nigdzie.

* * *

W naszym domu podobne zdania padały rzadko. Przynajmniej tak mi się zdawało.

Sara dostała propozycję rocznego kontraktu w innym mieście. Tłumaczenia podczas postępowań, dobre wynagrodzenie, mieszkanie służbowe. Miałaby pracować od poniedziałku do piątku i wracać na weekendy.

— Chciałabym spróbować — powiedziała, stawiając przy mnie kubek.

Nie powiedziałem „nie". Zapytałem tylko, co z naszym mieszkaniem, a później, czy zastanowiła się nad dojazdami. Sara odpowiedziała na oba pytania. Była przygotowana. Nie byłem przygotowany ja.

— Wiem, że masz tu pracę — dodała.

— Nie chodzi o moją pracę.

— A o co?

— O nas.

To zabrzmiało dostojniej, niż planowałem. „Nas" było w tamtej chwili pojęciem, za którym mogłem schować wszystkie własne lęki bez konieczności ich rozdzielania.

Sara nie przyjęła kontraktu. Przez miesiąc nie wracaliśmy do rozmowy. Kiedyś uważałem tę przerwę za dowód, że podjęliśmy decyzję bez żalu. W ankiecie zaznaczyłbym „wspólnie".

* * *

Pewnego popołudnia Bartek pokazał mi trzy rekordy. W jednym kobieta odmówiła awansu, ponieważ „tak będzie lepiej dla nas". W drugim mężczyzna ograniczył kontakty z rodziną, bo „w końcu jesteśmy małżeństwem". W trzecim nie było żadnego konfliktu. Oboje partnerzy zaznaczyli, że nigdy się nie kłócą. Kobieta zaznaczyła również, że od trzech lat nie zgłasza żadnych próśb.

— To przecież nie musi znaczyć nic złego — powiedziałem.

Bartek spojrzał na mnie tak, jak patrzy się na zegar, który przestał działać, ale wciąż pokazuje godzinę.

— Zgadza się. Dlatego prosiliśmy ich też o opis ostatniej ważnej decyzji.

Przeczytałem odpowiedź kobiety: „Zrezygnowałam z operacji kolana. Nie chcieliśmy komplikować urlopu".

— Może operacja nie była pilna.

— Może. Nie rozstrzygamy tego. Pytam tylko, kto kryje się w słowie „chcieliśmy".

Chciałem odpowiedzieć, że dwoje ludzi ma prawo używać liczby mnogiej. W końcu całe pojęcie pary opiera się na tym, że dwie osoby mogą podjąć jedną decyzję.

Dopiero wieczorem zapytałem Sarę, czy naprawdę nie żałuje tamtego kontraktu.

— Myślałam, że już o nim rozmawialiśmy — odparła.

— Rozmawialiśmy.

— Nie. Ty przedstawiłeś zastrzeżenia, a ja zrezygnowałam. To nie to samo.

Wtedy pierwszy raz usłyszałem, że Sara nie chciała rozstać się z mieszkaniem. Chciała sprawdzić, czy potrafi mieszkać gdzieś bez konieczności tłumaczenia każdej zmiany w planach. Nie wiedziałem, że istnieje taki problem. Ona twierdziła, że wystarczyłoby zapytać.

* * *

W raporcie końcowym opisaliśmy Zmienną C jako obecność normy zewnętrznej w procesie decyzyjnym. Nie próbowaliśmy ustalać, czy jest to konkretna osoba. Wprowadziliśmy jedynie parametr mierzący częstotliwość, z jaką partnerzy uzasadniają swoje decyzje odwołaniem do wyobrażonego obserwatora.

Urzędniczka przeczytała streszczenie i zadała pytanie, którego się spodziewałem:

— Czy dzięki temu potrafimy wskazać związki trwałe?

— Z większym prawdopodobieństwem niż wcześniej.

— A zadowolone?

— Nie.

Długo oglądała wykres.

— To może nie szkodzi. Dopłaty przyznajemy na pięć lat, nie za szczęście.

Powinienem był zaprotestować. W raporcie umieściłem przecież zastrzeżenie, że model nie może służyć do oceny, które związki zasługują na wsparcie. Powtórzyłem je na spotkaniu. Pani urzędniczka znów zanotowała uwagę jako ryzyko metodologiczne.

Na zewnątrz padał śnieg z deszczem. Zobaczyłem w szybie odbicie własnego gestu: dwukrotnie wygładziłem mankiet koszuli, choć nic mu nie dolegało. Robiłem tak zawsze, gdy miałem za chwilę powiedzieć coś, co mogłoby komuś nie spodobać. Nie powiedziałem już nic.

* * *

Sara przyjęła drugą ofertę, tym razem krótszą. Trzy miesiące. Poinformowała mnie o tym przy śniadaniu.

Nie zapytała, co sądzę.

— Czyli podjęłaś decyzję sama? — powiedziałem.

— Tak.

Uderzyło mnie, że zabrzmiało to niemal niegrzecznie, choć odpowiedź była prosta i zgodna z prawdą.

— W takim razie co będzie z nami?

— Nie wiem.

Po raz pierwszy od dawna nie próbowała wypełnić tego „nie wiem” jakimś zapewnieniem. Odkroiła kromkę chleba, ale nie zaczęła jeść. Zapytałem, czy jej zdaniem nasze małżeństwo się skończyło.

— Nie wiem również tego — powiedziała.

— Chcę to zrozumieć.

— Wiem. Tylko za każdym razem, kiedy coś wyjaśniam, ty zamieniasz moje wyjaśnienie w argument. A potem rozstrzygasz, czy jest wystarczający.

Miałem ochotę powiedzieć, że przecież każde małżeństwo wymaga rozumnej rozmowy. Nie powiedziałem tego. Byłem dumny ze swojego milczenia, dopóki nie zobaczyłem, że Sara wcale go nie zauważyła.

* * *

Po jej wyjeździe przeglądałem ankietę jeszcze raz. Zmieniłem jedną odpowiedź w pilotażowym formularzu, który kiedyś wypełniliśmy dla próby. W pytaniu „Kto podejmuje decyzje o zmianie miejsca zamieszkania?" zamiast „wspólnie" wpisałem „osoba B". Komputer automatycznie przeliczył współczynnik trwałości naszego związku. Wynik spadł o siedem punktów procentowych.

Odczułem ulgę. Liczba pozwalała mi uznać, że w naszym życiu zaszło zdarzenie mierzalne i zewnętrzne, jak pogorszenie pogody. Kiedy człowiek ma wynik, może udawać, że nie musi już na nic odpowiadać.

Zadzwoniłem do Sary. Powiedziałem, co zrobiłem. Nie mówiłem o siedmiu punktach; nawet mnie zabrzmiałoby to żałośnie.

— Czemu poprawiłeś moją odpowiedź? — zapytała.

— Bo teraz wiem, że tamta nie była prawdziwa.

— Dla ciebie nie była.

— Dla ciebie też chyba nie.

— Wtedy myślałam, że jest. To nie jest kłamstwo.

Chciałem zaproponować wspólne ponowne wypełnienie ankiety. Ugryzłem się w język, ponieważ po raz pierwszy rozumiałem, że niektórych zdań nie da się ocalić przez poprawienie odpowiedzi.

— Mogę to cofnąć — powiedziałem.

Sara roześmiała się krótko, bez złośliwości.

— Zrób, jak uważasz. To twoje badanie.

Po rozmowie przywróciłem poprzednią wartość. Zostawiłem jednak w systemie datę korekty. Nie wiedziałem, czy to uczciwość, czy ostatnia próba zachowania śladu po własnej racji.

* * *

W dniu przedstawienia wyników urzędowi Bartek zaproponował ostatni slajd. Miały na nim być dwa wykresy. Jeden pokazywał rosnącą trwałość związku wraz z częstotliwością używania przez partnerów słowa „my". Drugi — malejące prawdopodobieństwo, że obie osoby samodzielnie zrealizują ważne dla siebie plany.

— Ładnie się przecinają — powiedział.

Punkty leżały niemal na jednej przekątnej. W statystyce zdarza się, że wynik jest piękny i nieprzydatny. Zdarza się też, że piękno wyniku czyni go niebezpiecznym, bo ludzie prędzej mu uwierzą.

Usunąłem pierwszy wykres. Zostawiłem drugi, choć wiedziałem, że przez to prezentacja będzie mniej przekonująca.

— Przecież oba są prawdziwe — zauważył Bartek.

— Tak.

— Więc dlaczego?

Nie umiałem odpowiedzieć. Mógłbym powiedzieć, że pierwszy wykres urząd wykorzysta do nagradzania trwałości bez pytania o jej koszt. Drugi również dałoby się wykorzystać do czegoś złego. Nie byłem w stanie wykazać, że mój wybór jest moralnie bezpieczniejszy. Mogłem tylko wskazać, jaki błąd chciałbym utrudnić.

Przed prezentacją urzędniczka poprosiła, żebym w dwóch zdaniach wyjaśnił, czym właściwie jest Zmienna C.

— To ktoś trzeci w małżeństwie? — zapytała.

— Niekoniecznie ktoś.

— Duch dawnych relacji?

— Niekoniecznie duch.

— To jak mam to przedstawić radnym?

Powiedziałem, że chodzi o człowieka, którego obecności nie można potwierdzić, ale do którego przypisuje się odpowiedzialność za decyzje. Przez chwilę wydawało mi się, że znalazłem wreszcie precyzyjną definicję.

Urzędniczka pokiwała głową.

— Czyli społeczeństwo.

Mogłem się zgodzić. Zamiast tego powiedziałem:

— Czasami tylko jedno z nas, kiedy mówi za dwoje.

Urzędniczka skrzywiła się, bo nie była pewna, czy to zdanie nadaje się do protokołu. Ja też nie byłem pewien.

Wróciłem do sali i otworzyłem prezentację na slajdzie z pustym miejscem po usuniętym wykresie. Na ekranie między tytułem a drugim wykresem zostało zbyt dużo bieli. Bartek wskazał ją palcem.

— Tutaj czegoś brakuje.

— Wiem — odpowiedziałem.

Nie przesunąłem wykresu wyżej.

Opowiadanie

Zmień drzwi

Ksawery Tomczak

Streszczenie. Na jarmarku parafialnym stoi budka z trzema drzwiami, za jednymi z których czeka nagroda. Prowadzący, który wie, gdzie ona jest, po pierwszym wyborze gracza otwiera jedne z pozostałych drzwi, zawsze puste, i pyta, czy gracz chce zmienić decyzję. Narratorką jest dziewczynka, która zauważa, że zmiana daje dwukrotnie większą szansę na wygraną, i nie może przekonać nikogo oprócz siebie. Opowiadanie jest o trudności uwierzenia w rachunek, kiedy ktoś patrzy.

Budka stała pod dębem, między stoiskiem z ciastem a kołem fortuny. Miała trzy drzwi, namalowane na deskach: czerwone, zielone i żółte. Za jednymi z nich, tak mówiła tablica nad głową pana Edmunda, czekała nagroda. Za dwojgiem pozostałych nic. Rower, jak twierdził pan Edmund, ale nikt go nie widział.

Miałam dziewięć lat i złotówkę, którą dostałam od babci na watę cukrową. Wydałam ją na grę.

— Wybieraj — powiedział pan Edmund.

Wskazałam zielone. Nie miałam powodu, po prostu wyglądały najuczciwiej.

— A teraz uwaga — powiedział pan Edmund, jak mówi człowiek, który powtarzał tę scenę sto razy. — Ja wiem, co jest za którymi. Otwieram te — i uchylił czerwone. Pusto. — Rower jest za zielonymi albo za żółtymi. Chcesz zostać przy zielonych, czy zmienić na żółte?

Stałam i patrzyłam na dwoje zamkniętych drzwi. W kolejce za mną ktoś zaczął się niecierpliwić.

— No, nie ma co myśleć — powiedział jakiś pan. — Pół na pół. Masz dwoje drzwi, jedna szansa na dwie. Zostań przy swoim.

Wszyscy w kolejce kiwali głowami. Pan Edmund uśmiechał się tak, jakby ktoś właśnie przepowiedział mu pogodę.

Ale ja miałam w kieszeni coś, czego tamci nie mieli. Wczoraj na kole matematycznym u pana Adama rysowaliśmy na tablicy drzewka. Uczył nas, że prawdopodobieństwo to nie jest to, co czujesz, tylko to, co się policzy.

Policzyłam więc. Na początku były trzy drzwi i nagroda mogła być za każdymi z jednakową szansą: jedna trzecia za zielonymi, jedna trzecia za żółtymi, jedna trzecia za czerwonymi. Wybrałam zielone. Szansa, że miałam rację, wynosiła jedną trzecią. A szansa, że nagroda jest gdzieś indziej, dwie trzecie.

Potem pan Edmund otworzył czerwone. Ale on nie otwierał ich losowo. On wiedział, gdzie jest rower, i otworzył drzwi, za którymi go nie było. Gdyby zielone były dobre, mógłby otworzyć czerwone albo żółte; gdyby dobre były żółte, musiałby otworzyć czerwone, bo zielone były moje; gdyby dobre były czerwone, musiałby otworzyć żółte. Więc jego ruch nie powiedział mi nic o zielonych, które wybrałam. Powiedział mi tylko, że dwie trzecie, które były „gdzie indziej", zebrały się teraz w jednym miejscu: za żółtymi.

— Zmieniam — powiedziałam.

Kolejka westchnęła. Ktoś powiedział „głupia dziewczynka". Pan Edmund uniósł brwi, a potem otworzył żółte.

Rower stał tam, błyszczący, z kokardą na kierownicy.

Zrobiło się cicho jak w kościele. Pan Edmund odchrząknął i powiedział, że to zbieg okoliczności, że dziewczynka miała szczęście. Dopiero kolejny gracz, pani w kapeluszu, zapytała, czy mogłaby spróbować tego samego. Zmieniła. Wygrała. Powiedzieli, że to też zbieg okoliczności.

Dopiero wieczorem, kiedy pan Adam, który był na jarmarku z żoną, usłyszał, co się stało, wziął kredę i narysował na chodniku przed plebanią trzy prostokąty. Wytłumaczył wszystko

jeszcze raz, powoli, tak jak nas uczył. Ludzie stali w kółku. Jakiś mężczyzna powiedział: — Ale przecież zostały dwoje drzwi. Przecież to musi być pół na pół.

— Nie musi — powiedział pan Adam. — Matematyka nie pyta, ile zostało drzwi. Pyta, co kto wiedział, kiedy je otwierał.

Nikt go nie przekonał. Ale ja wiedziałam coś jeszcze, czego pan Adam nie mówił na głos: że w grze takiej jak ta nie chodzi o drzwi. Chodzi o to, że kiedy już się coś wybrało, trudno uwierzyć, że ktoś, kto zna prawdę, może być po twojej stronie, nawet gdy mówi: zmień zdanie. Zostać przy swoim wydaje się uczciwsze. Wiem to, bo przez chwilę, stojąc pod dębem, sama miałam ochotę zostać.

Rower dostałam w poniedziałek. Był czerwony. Pan Edmund przywiózł go pod dom i powiedział, że nikt nigdy wcześniej nie zmieniał drzwi tak szybko.

— A co, gdybym nie zmieniła? — zapytałam.

— Wygrałabyś raz na trzy razy — powiedział. — Zmieniając, wygrywa się dwa razy na trzy.

— Wiem — odpowiedziałam.

Pan Edmund pokręcił głową i długo jeszcze patrzył na namalowane drzwi, jakby widział je po raz pierwszy.

Kącik Olimpijczyka

Kącik Olimpijczyka

Gołębie w szufladach

Zasada szufladkowa Dirichleta w dziesięciu zadaniach

Marek Szczepański

Streszczenie. Odcinek Kącika Olimpijczyka poświęcony zasadzie szufladkowej Dirichleta, w wersji ze stadem gołębi, które muszą się jakoś pomieścić w gołębniku. Dziesięć zadań z pełnymi dowodami, od najprostszych (urodziny i miesiące) przez zadania z resztami, grafy znajomości i punkty w kwadracie, aż po twierdzenie Erdősa–Szekeresa o ciągach monotonicznych i aproksymację Dirichleta. W każdym zadaniu cała trudność polega na jednym: odgadnąć, co jest gołębiem, a co gołębnikiem.

Gołębie i gołębnik

Wyobraźmy sobie gołębnik z dziurami na dziesięć gołębi. Wypuszczamy jedenaście. Gdy wszystkie wrócą do domu, w którejś dziurze zrobi się tłoczno: będą w niej co najmniej dwa. Nie wiadomo, w której. Nie wiadomo, które. Wiadomo tylko, że tak musi być. Tyle że to nie jest zagadka o ptakach, tylko jedno z najpotężniejszych narzędzi olimpijskich: *jeśli $n+1$ obiektów rozmieścimy w n pojemnikach, to w pewnym pojemniku znajdą się co najmniej dwa.* Mówi się też: jeśli $kn+1$ obiektów w n pojemnikach, to w pewnym co najmniej $k+1$.

Dowód jest jednozdaniowy. Gdyby w każdym pojemniku był najwyżej jeden obiekt, wszystkich byłoby najwyżej n. Cała sztuka tkwi w zadaniu, nie w dowodzie: trzeba zdecydować, co będzie *gołębiem*, a co *gołębnikiem*. (Kto woli kuchenną wersję, niech sobie wyobrazi gołąbki w kapuście: dwanaście gołąbków do jedenastu naczyń, i w którymś leżą dwa. Wniosek ten sam, ale zakończenie przyjemniejsze.)

Zadania

Zadanie 1 (rozgrzewka)**.** Wykaż, że wśród dowolnych 13 osób są dwie urodzone w tym samym miesiącu.

Dowód. Gołębie: osoby, jest ich 13. Gołębniki: miesiące, jest ich 12. Skoro $13 > 12$, w pewnym miesiącu urodziły się co najmniej dwie osoby. ■

Zadanie 2. Wykaż, że spośród dowolnych 25 gołębi umieszczonych w 7 gołębnikach w pewnym gołębniku siedzą co najmniej cztery.

Dowód. Gdyby w każdym gołębniku siedziały co najwyżej trzy, wszystkich gołębi byłoby co najwyżej $7 \cdot 3 = 21 < 25$. Sprzeczność. ■

Zadanie 3. Wykaż, że spośród dowolnych $n+1$ liczb całkowitych można wybrać dwie, których różnica dzieli się przez n.

Dowód. Gołębie: liczby $(n+1)$. Gołębniki: reszty z dzielenia przez n (n możliwości: $0, 1, \ldots, n-1$). Dwie liczby mają tę samą resztę, więc ich różnica dzieli się przez n. ■

Zadanie 4. Z liczb $1, 2, \ldots, 100$ wybrano 51 liczb. Wykaż, że wśród wybranych są dwie, których suma wynosi 101.

Dowód. Gołębniki: pary $\{k, 101-k\}$ dla $k = 1, \ldots, 50$; jest ich 50 i każda liczba ze zbioru należy do dokładnie jednej pary. Wybrano 51 liczb, więc dwie z nich leżą w tej samej parze, a ponieważ są różne, to obie liczby tej pary zostały wybrane i dają sumę 101. ■

Zadanie 5. Z liczb $1, 2, \ldots, 2n$ wybrano $n+1$ liczb. Wykaż, że wśród wybranych są dwie względnie pierwsze.

Dowód. Gołębniki: pary kolejnych liczb $\{1,2\}, \{3,4\}, \ldots, \{2n-1, 2n\}$; jest ich n. Dwie z wybranych liczb leżą w tej samej parze, więc są kolejnymi liczbami całkowitymi, a te są względnie pierwsze, bo każdy wspólny dzielnik dzieliłby ich różnicę 1. ■

Zadanie 6. Pięć punktów leży wewnątrz lub na brzegu kwadratu o boku 1. Wykaż, że dwa z nich są odległe o nie więcej niż $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Dowód. Podzielmy kwadrat na cztery kwadraty o boku $\frac{1}{2}$ (gołębniki; punkt na wspólnym brzegu przypisujemy dowolnemu z sąsiadujących). Pięć punktów, cztery kwadraty: dwa punkty leżą w tym samym małym kwadracie. Największa odległość dwóch punktów małego kwadratu to jego przekątna, czyli $\frac{1}{2}\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$. ■

Zadanie 7. Na przyjęciu jest $n \geq 2$ osób. Wykaż, że dwie z nich mają tyle samo znajomych na tym przyjęciu. (Znajomość jest wzajemna.)

Dowód. Liczba znajomych każdej osoby należy do zbioru $\{0, 1, \ldots, n-1\}$. Gdyby ktoś miał 0 znajomych, a ktoś inny $n-1$ (czyli znał wszystkich), to znałby też tego pierwszego — sprzeczność. Zatem wartości 0 i $n-1$ nie występują jednocześnie, więc dostępnych wartości (gołębników) jest co najwyżej $n-1$, a osób (gołębi) jest n. ■

Zadanie 8. Dla każdej dodatniej liczby całkowitej n istnieje niezerowa wielokrotność liczby n, której zapis dziesiętny składa się wyłącznie z cyfr 0 i 1.

Dowód. Rozważmy $n+1$ liczb: $1,\ 11,\ 111,\ \ldots,\ \underbrace{11\ldots1}_{n+1}$. Ich reszty z dzielenia przez n należą do zbioru n-elementowego, więc dwie z tych liczb, $\underbrace{1\ldots1}_{a}$ i $\underbrace{1\ldots1}_{b}$ $(a > b)$, mają tę samą resztę. Ich różnica, czyli $\underbrace{1\ldots1}_{a-b}\underbrace{0\ldots0}_{b}$, jest podzielna przez n, jest dodatnia i ma w zapisie same zera i jedynki. ■

Zadanie 9 (Erdős–Szekeres)**.** Z dowolnego ciągu n^2+1 różnych liczb rzeczywistych można wybrać podciąg monotoniczny (rosnący lub malejący) długości $n+1$.

Dowód. Niech ciąg to $a_1, \ldots, a_{n^2+1}$. Dla każdego i niech r_i będzie długością najdłuższego podciągu rosnącego kończącego się na a_i, a m_i — najdłuższego malejącego kończącego się na a_i. Przypuśćmy, że żaden podciąg monotoniczny nie ma długości $n+1$, czyli $1 \leq r_i, m_i \leq n$ dla wszystkich i. Par (r_i, m_i) jest co najwyżej n^2 możliwych (gołębniki), a indeksów n^2+1 (gołębie), więc dla pewnych $i < j$ mamy $(r_i, m_i) = (r_j, m_j)$. Ale jeśli $a_i < a_j$, to dołączając a_j do najdłuższego rosnącego podciągu kończącego się na a_i dostajemy $r_j \geq r_i + 1$, a jeśli $a_i > a_j$, to analogicznie $m_j \geq m_i + 1$. W obu przypadkach pary się różnią — sprzeczność. ■

Zadanie 10 (aproksymacja Dirichleta)**.** Dla dowolnej liczby rzeczywistej α i dowolnej liczby naturalnej N istnieją liczby całkowite p i q, takie że $1 \leq q \leq N$ oraz $|q\alpha - p| < \dfrac{1}{N}$.

Dowód. Rozważmy $N+1$ liczb: części ułamkowe $\{0\cdot\alpha\}, \{1\cdot\alpha\}, \ldots, \{N\alpha\}$, każda należy do $[0,1)$. Podzielmy ten przedział na N przedziałów $\left[\frac{j}{N}, \frac{j+1}{N}\right)$ (gołębniki). Dwie części ułamkowe, $\{k\alpha\}$ i $\{l\alpha\}$ z $k > l$, leżą w tym samym przedziale, więc różnią się o mniej niż $\frac{1}{N}$. Ponieważ $\{x\} = x - \lfloor x \rfloor$, to dla $q = k - l \in \{1, \ldots, N\}$ i pewnej liczby całkowitej p mamy $|q\alpha - p| < \frac{1}{N}$. ■

Zamiast zakończenia

Zasada szufladkowa jest dziwnym narzędziem: nie mówi, gdzie jest szukany obiekt, tylko że istnieje. Często właśnie o to chodzi w zadaniach „wykaż, że istnieją dwie…”. Przed każdym takim zadaniem warto zadać sobie dwa pytania: ile jest gołębi i ile gołębników — a jeśli gołębników jest za dużo, czy da się ich zmniejszyć sprytniejszym podziałem (pary, reszty, mniejsze kwadraty). Własne zadania na gołębie, w gołębnikach i bez nich, można zgłaszać przez stronę czasopisma.

Informacje wydawnicze

Tytuł: Asymptote
Numer: 07/2026
Typ publikacji: czasopismo internetowe (open access)
Częstotliwość: miesięcznik (wydania numerowane)
Miesiąc wydania: listopad 2026
Język: polski
Format: PDF (online)
ISSN: 3072-4929

Redakcja:
Redaktor naczelny: Ksawery Tomczak
Kontakt redakcyjny: `redakcja@asymptote.pl`

Wydawca:
Asymptote (projekt niezależny)
Strona internetowa: `https://asymptote.pl/`

Licencja:
Creative Commons Attribution 4.0 (CC BY 4.0)

Polityka dostępu:
Open Access — wszystkie materiały dostępne bezpłatnie.

Opis:
Asymptote jest niezależnym czasopismem poświęconym matematyce, literaturze i ideom. Publikuje eseje, poezję matematyczną, prozę (fikcję literacką) oraz — od numeru 04/2026 — Kącik Olimpijczyka, traktując matematykę jako formę kultury i języka myślenia.

Oświadczenie redakcyjne:
Asymptote jest na ten moment małym projektem niezależnym.

Skład:
LaTeX (pdfLaTeX)

© 2026 Asymptote | ISSN 3072-4929